

# Улучшенная аппроксимирующая модель петли гистерезиса для линеаризации пьезосканера зондового микроскопа

Р. В. Лапшин<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>НИИ Физических проблем им. Ф. В. Лукина, 124460, г. Зеленоград, Россия

<sup>2</sup>Московский институт электронной техники, 124498, г. Зеленоград, Россия

Гистерезис пьезосканера зондового микроскопа вносит заметную погрешность в измеряемый рельеф сканируемой поверхности [1]. Существует ряд довольно сложных аналитических моделей, описывающих явление гистерезиса. Одной из простых моделей является аналитическая модель, предложенная в работе [1]. В данной модели семейство петель гистерезиса описывается следующим параметрическим уравнением

$$\begin{aligned} x(\alpha) &= a \cos^m \alpha + b_x \sin^n \alpha, \\ y(\alpha) &= b_y \sin \alpha, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\alpha$  – действительный параметр ( $\alpha=0 \dots 2\pi$ );  $a$  –  $x$ -координата точки расщепления (см. Рис. 1);  $b_x$ ,  $b_y$  координаты точки насыщения;  $m$  – целое нечётное число, определяющее кривизну петли гистерезиса ( $m=1, 3, 5, \dots$ );  $n$  – целое число, определяющее тип петли гистерезиса. При  $n=1$  возникает петля типа “Лист”, при  $n=2$  – петля типа “Месяц”, при  $n=3$  – петля типа “Классическая” [1].

Основным изменением, внесённым в ранее предложенную модель ги-

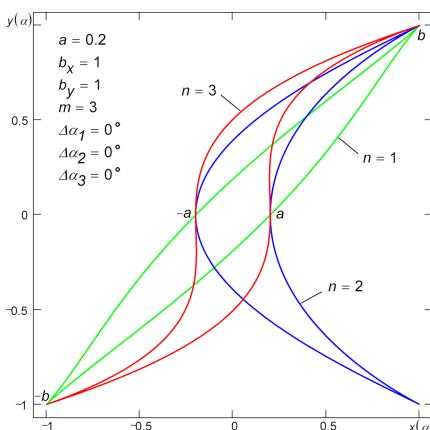


Рис. 1. Типы петель гистерезиса, поддерживаемые моделью.

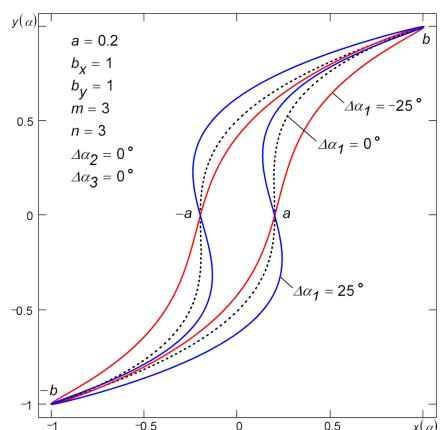


Рис. 2. Наклон петли гистерезиса с помощью фазового сдвига  $\Delta\alpha_1$ .

стереозиса (1), является введение фазовых сдвигов  $\Delta\alpha_1$ ,  $\Delta\alpha_2$ ,  $\Delta\alpha_3$  [2]

$$\begin{aligned} x(\alpha) &= a^c \cos^m(\alpha + \Delta\alpha_1) + b_x^c \sin^n(\alpha + \Delta\alpha_2), \\ y(\alpha) &= b_y \sin(\alpha + \Delta\alpha_3), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $a^c$ ,  $b_x^c$  скорректированные параметры  $a$ ,  $b_x$ , соответственно.

Фазовый сдвиг  $\Delta\alpha_1$  позволяет наклонять петлю гистерезиса, изменения угол наклона петли в точке расщепления  $a$  (см. Рис. 2). Фазовые сдвиги  $\Delta\alpha_2$  и  $\Delta\alpha_3$  позволяют изменять кривизну петли гистерезиса (см. Рис. 3). Влияние этих сдвигов на кривизну петли примерно одинаковое. В отличие от параметра  $m$  введение фазового сдвига  $\Delta\alpha_2$  или  $\Delta\alpha_3$  обеспечивает плавное изменение кривизны петли. Вывод рабочих формул скорректированных параметров петли  $a^c$  и  $b_x^c$  дан в [2]. Как и в модели (1), в модели (2) обратная функция, используемая для компенсации гистерезиса пьезосканера, получается простой заменой обозначения  $x(\alpha)$  на  $y(\alpha)$ ,  $y(\alpha)$  на  $x(\alpha)$ .

Главной отличительной чертой модели (2) является её простота. Модель интуитивно понятна, она позволяет быстро создавать петли гистерезиса требуемого типа и легко определять параметры этих петель. Модель (2) охватывает большую часть известных типов симметричных петель гистерезиса, с её помощью можно строить гладкие, кусочно-линейные, гибридные, зеркально-отражённые, обратные и двойные петли [1, 2].

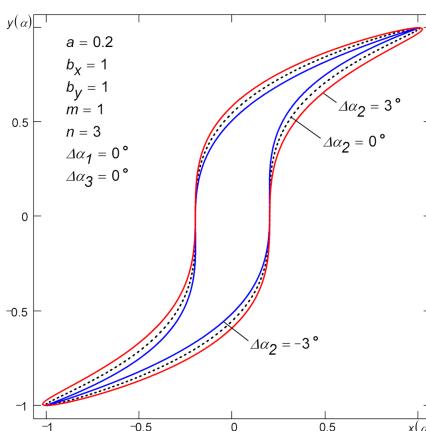
Погрешность аппроксимации петли гистерезиса улучшенной моделью (2) не превышает 1%, что в несколько раз меньше погрешности модели (1),

использовавшейся ранее. Помимо СЗМ, усовершенствованную модель (2) петли гистерезиса удобно применять при решении задач имитационного моделирования приборов, включающих в себя звенья с гистерезисом.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (15-08-00001) и Министерства образования и науки РФ (14.429.11.0002, RFMEFI57514X0012).

1. R. V. Lapshin, Review of Scientific Instruments, 1995, 66, 4718-4730 ([www.niifp.ru/staff/lapshin/#articles](http://www.niifp.ru/staff/lapshin/#articles)).

2. P. B. Лапшин, Петля гистерезиса, Рабочий лист Маткада, 2015 ([www.niifp.ru/staff/lapshin/#downloads](http://www.niifp.ru/staff/lapshin/#downloads)).



**Рис. 3.** Плавное изменение кривизны петли гистерезиса с помощью фазового сдвига  $\Delta\alpha_2$ . Фазовый сдвиг на  $\Delta\alpha_3=-\Delta\alpha_2$  даёт примерно такой же эффект.