Улучшенная аппроксимирующая модель петли гистерезиса для линеаризации пьезосканера зондового микроскопа

Р. В. Лапшин, эл. почта: rlapshin@gmail.com

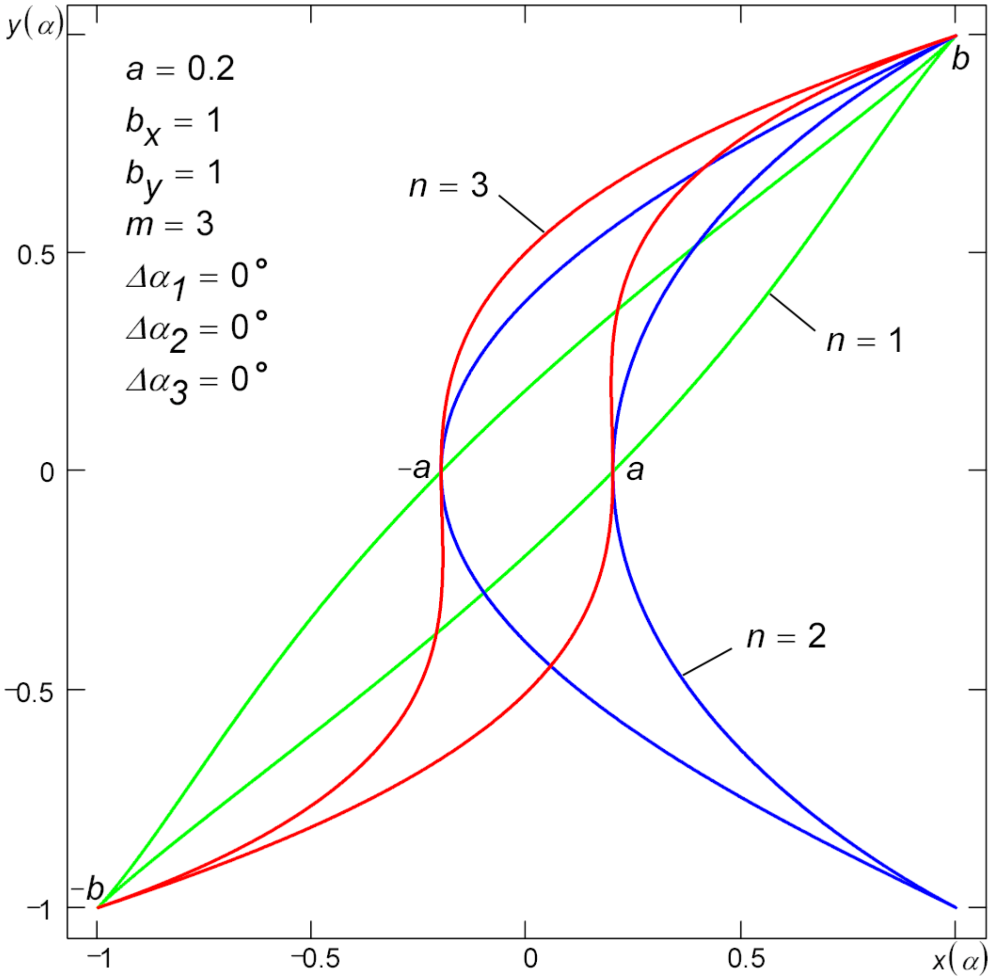
НИИ Физических проблем им. Ф. В. Лукина, г. Зеленоград
Московский институт электронной техники, г. Зеленоград

Черноголовка – 2015

Краткое описание работы

Предложенная модель охватывает большую часть известных типов симметричных петель гистерезиса, с её помощью можно строить гладкие, кусочно-линейные, гибридные, зеркально-отражённые, обратные и двойные петли. Улучшение достигнуто введением в существующую модель фазовых сдвигов $\Delta\alpha_1$, $\Delta\alpha_2$, $\Delta\alpha_3$. Фазовый сдвиг $\Delta\alpha_1$ позволяет изменить наклон петли в точке расщепления. Фазовые сдвиги $\Delta\alpha_2$, $\Delta\alpha_3$ дают возможность плавно изменять кривизну петли. Модель проста, интуитивно понятна, позволяет быстро создавать петли гистерезиса требуемого типа и легко определять параметры этих петель. Относительная погрешность аппроксимации петли гистерезиса составляет около 1%.

Параметрическое уравнение семейства петель гистерезиса



$$x(\alpha) = a\cos^m \alpha + b_x \sin^n \alpha,$$

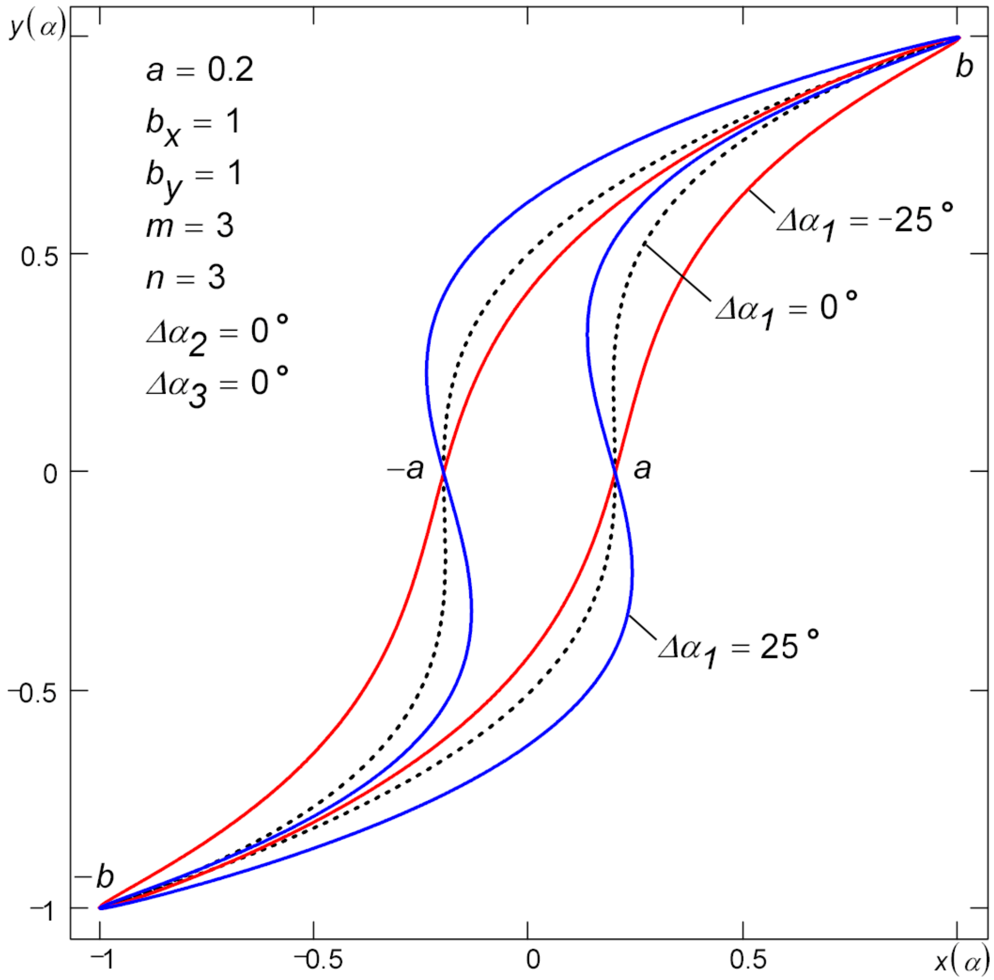
$$y(\alpha) = b_y \sin \alpha,$$

где α – параметр (α=0…2π); a – x-координата точки расщепления; b_x, b_y – координаты точки насыщения; m – целое нечётное число, определяющее кривизну петли (m=1, 3, 5, …); n – целое число, определяющее тип петли (при n=1 возникает петля типа “Лист”, при n=2 – “Месяц”, при n=3 – “Классическая”)

Введение фазовых сдвигов $\Delta\alpha_1, \Delta\alpha_2, \Delta\alpha_3$

$$x(\alpha) = a^c \cos^m(\alpha + \Delta\alpha_1) + b_x^c \sin^n(\alpha + \Delta\alpha_2),$$

$$y(\alpha) = b_y \sin(\alpha + \Delta\alpha_3),$$

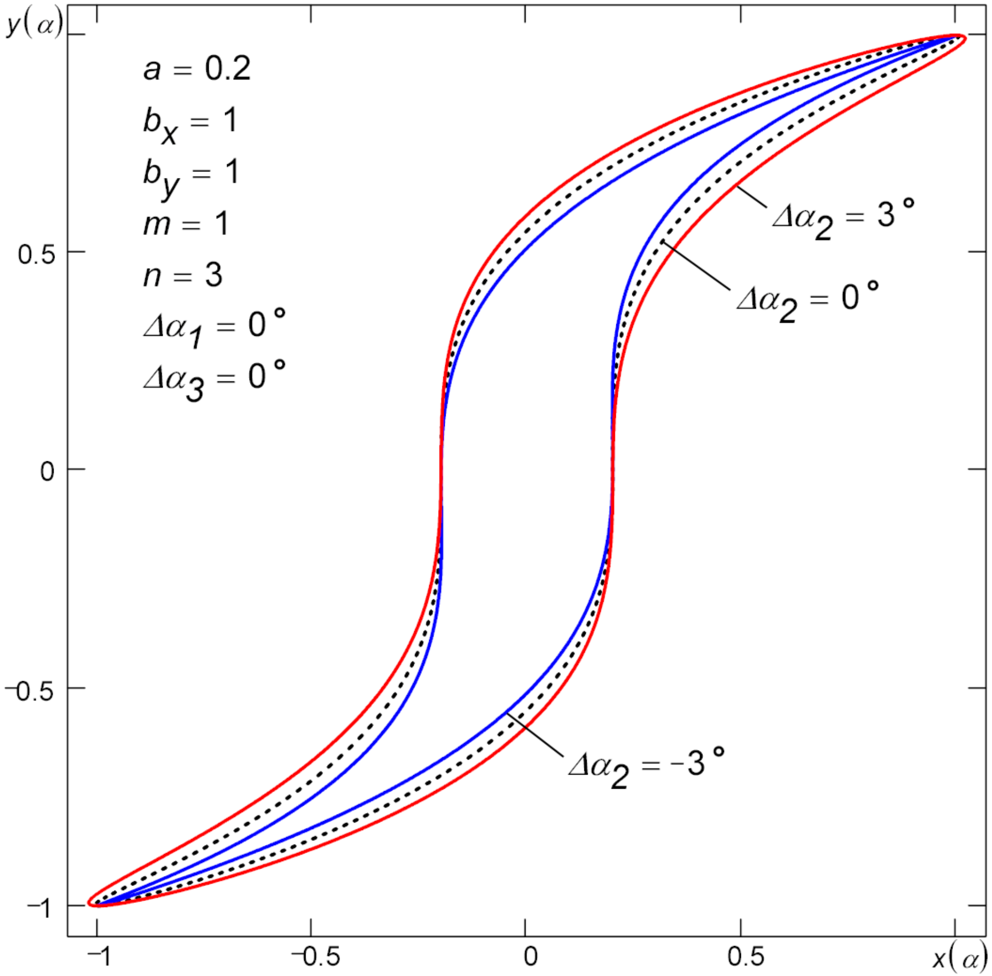


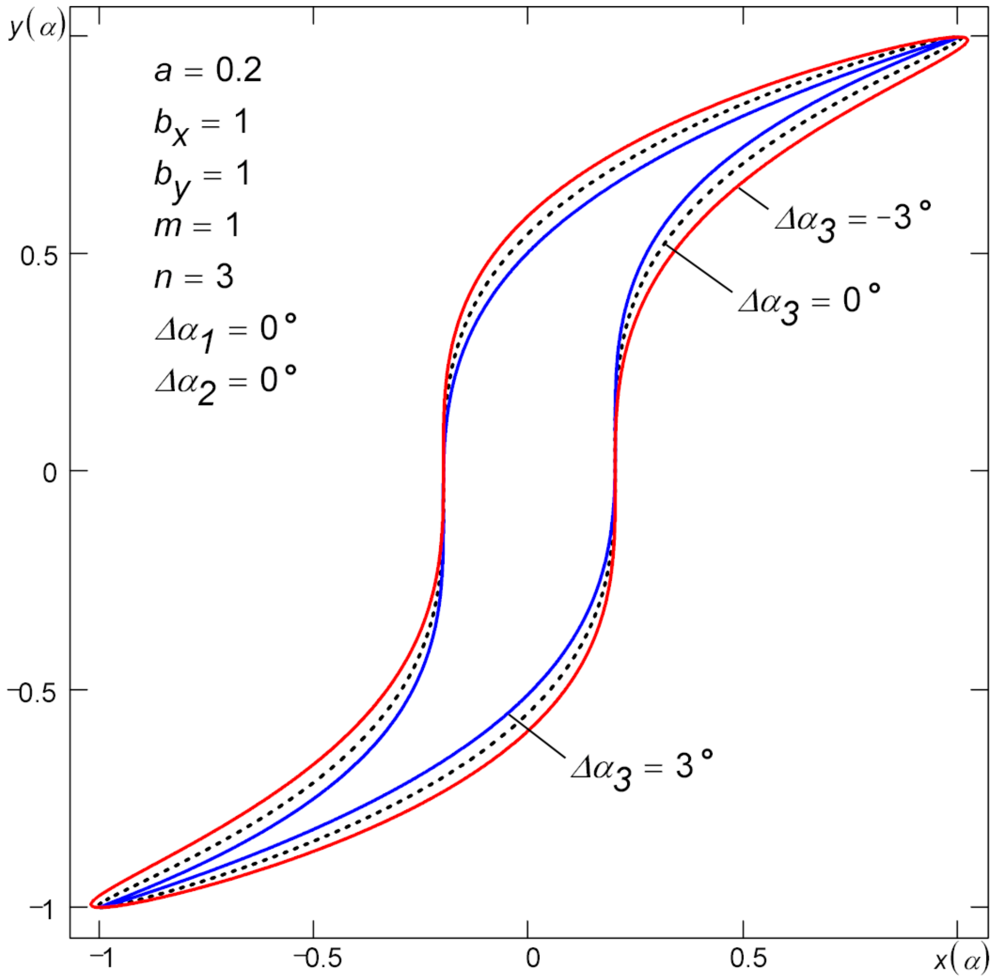
где a^c, b_x^c – скорректированные параметры a, b_x

Фазовый сдвиг $\Delta\alpha_1$ позволяет наклонять петлю гистерезиса в точке расщепления a

Действие фазовых сдвигов $\Delta\alpha_2$, $\Delta\alpha_3$

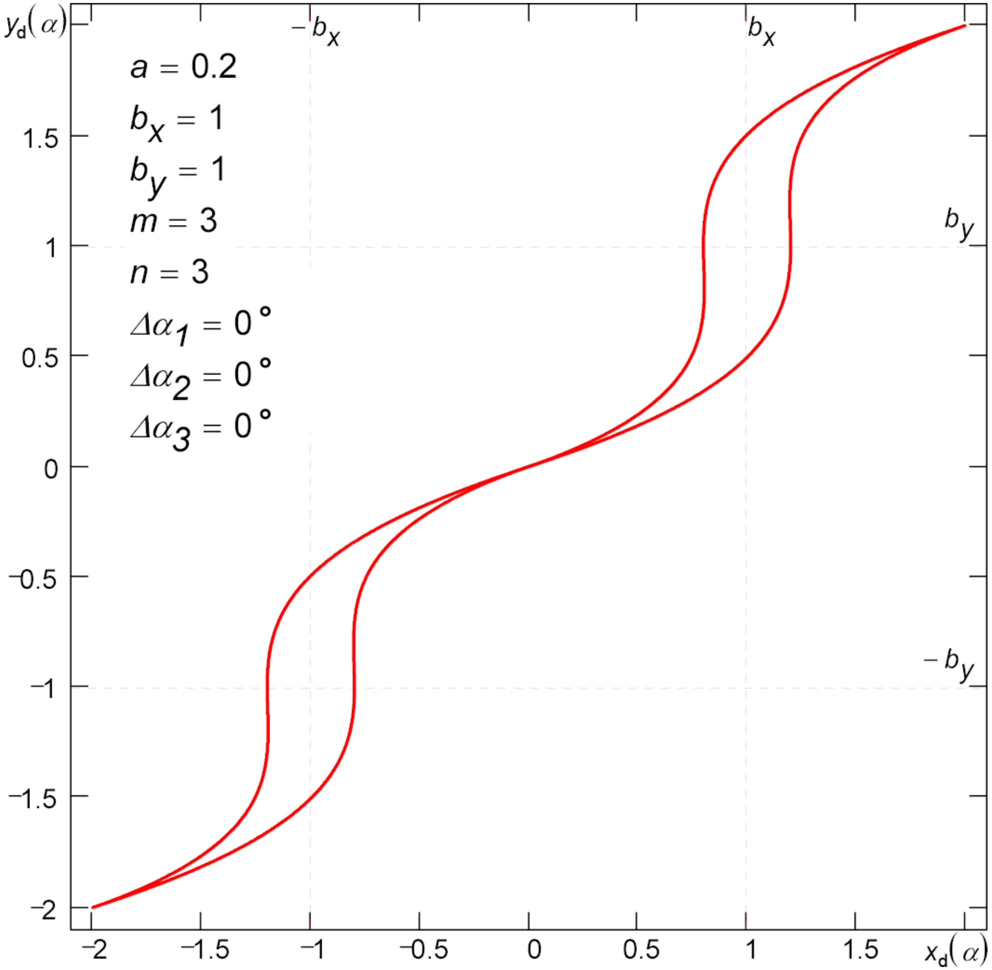
Фазовые сдвиги $\Delta\alpha_2$ и $\Delta\alpha_3$ обеспечивают плавное изменение кривизны петли





Дополнительные возможности модели

Двойные петли



$$x_d(\alpha) = x\left[2\alpha - (-1)^{\mathrm{rnd}\left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)}\frac{\pi}{2}\right] + (-1)^{\mathrm{rnd}\left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)} b_x,$$

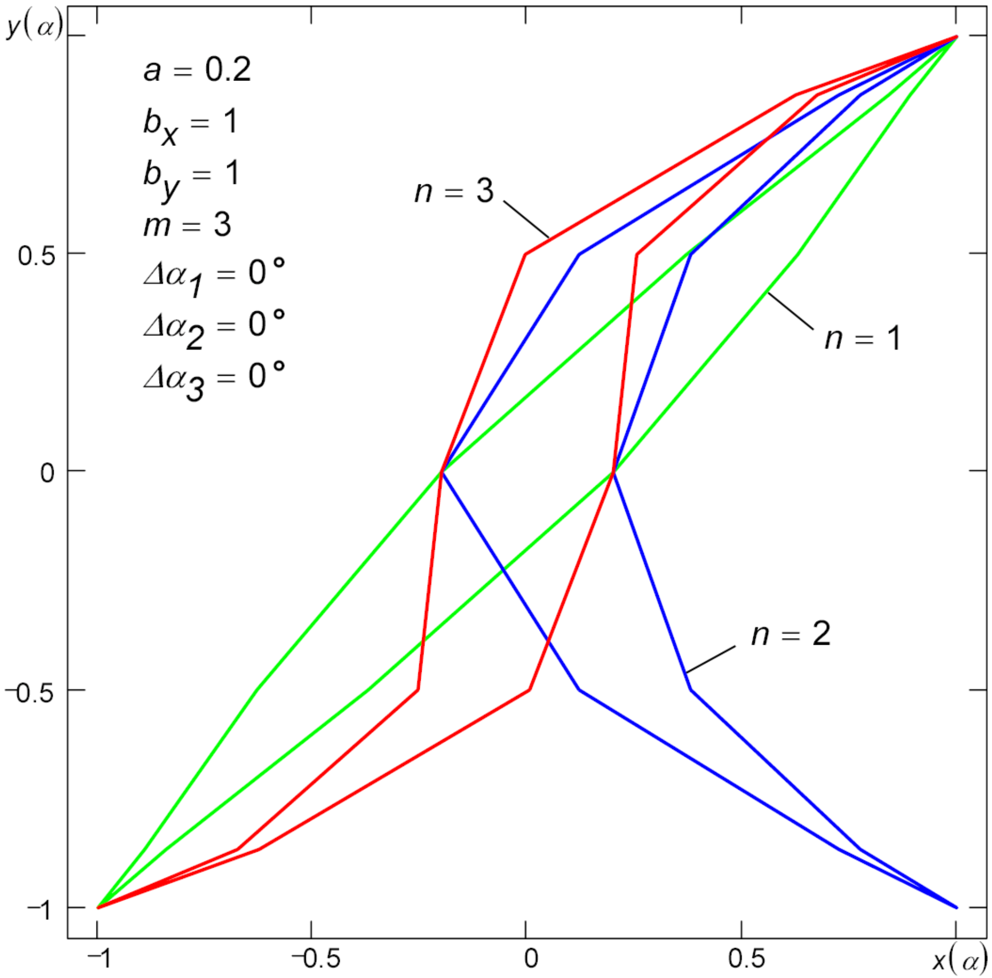
$$y_d(\alpha) = y\left[2\alpha - (-1)^{\mathrm{rnd}\left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)}\frac{\pi}{2}\right] + (-1)^{\mathrm{rnd}\left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)} b_y,$$

где rnd() – функция округления до ближайшего целого

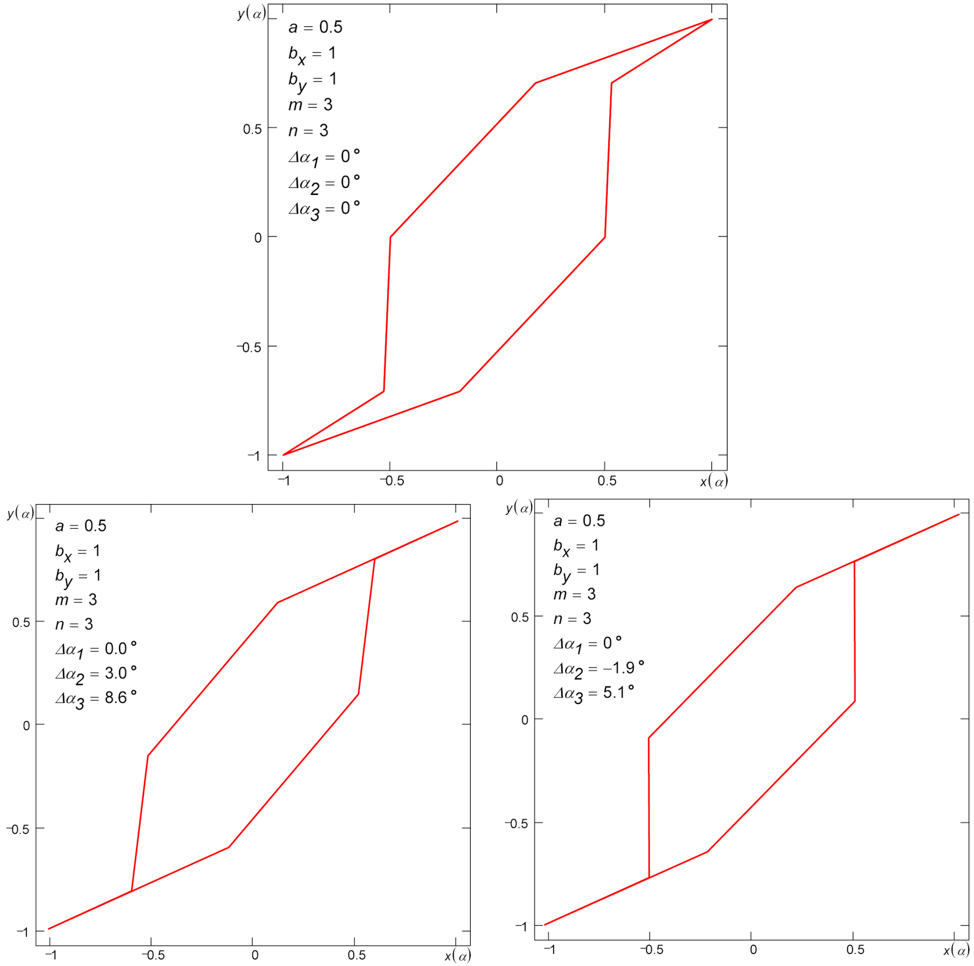
Кусочно-линейные петли

Параметр α пробегает значения от 0 до 2π с шагом $2\pi/k$, где k – целое чётное число ($k \geq 4$)

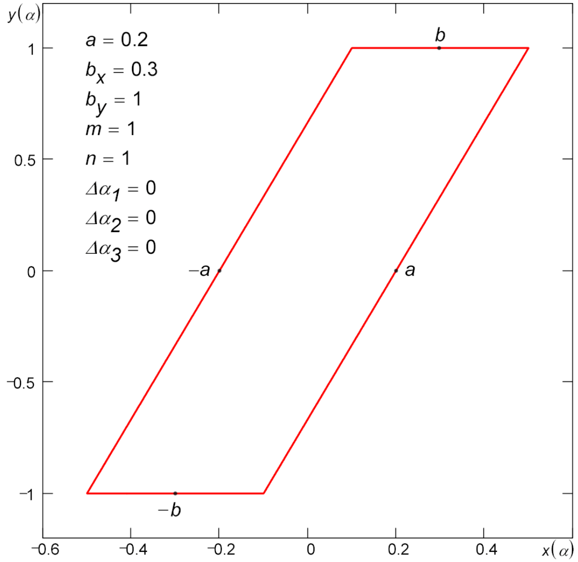
k=12



k=8



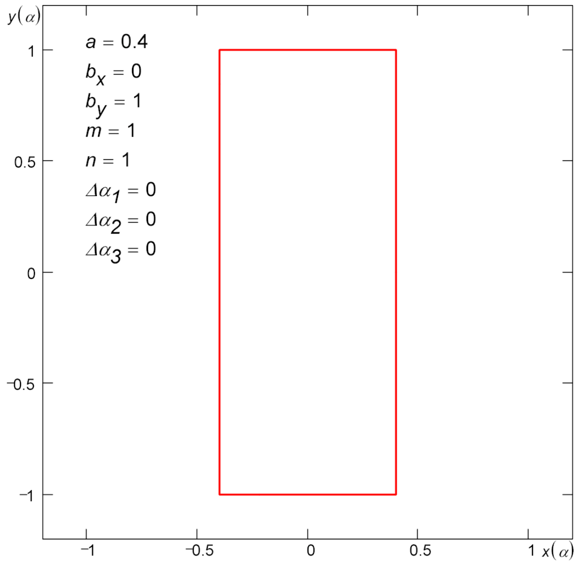
Кусочно-линейные петли на трапецеидальных импульсах

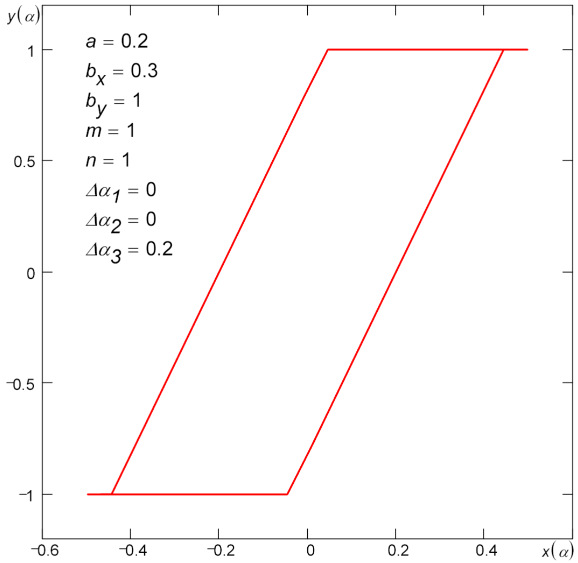


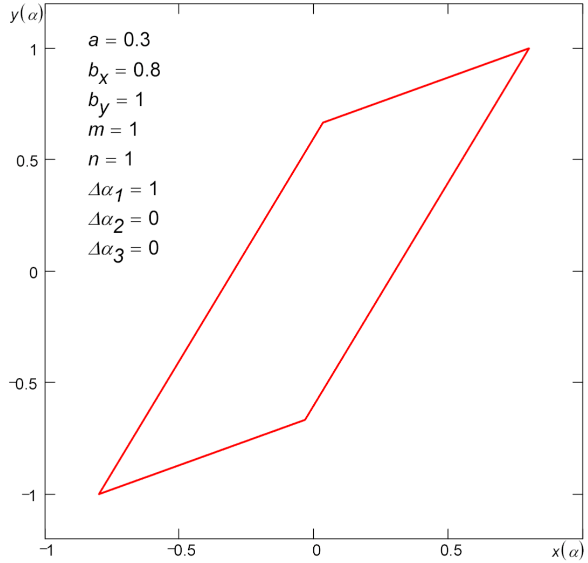
$$x(\alpha)=a^c\,\mathrm{trp}_c^m(\alpha+\Delta\alpha_1)+b_x^c\,\mathrm{trp}_s^n(\alpha+\Delta\alpha_2),$$

$$y(\alpha)=b_y\,\mathrm{trp}_s(\alpha+\Delta\alpha_3),$$

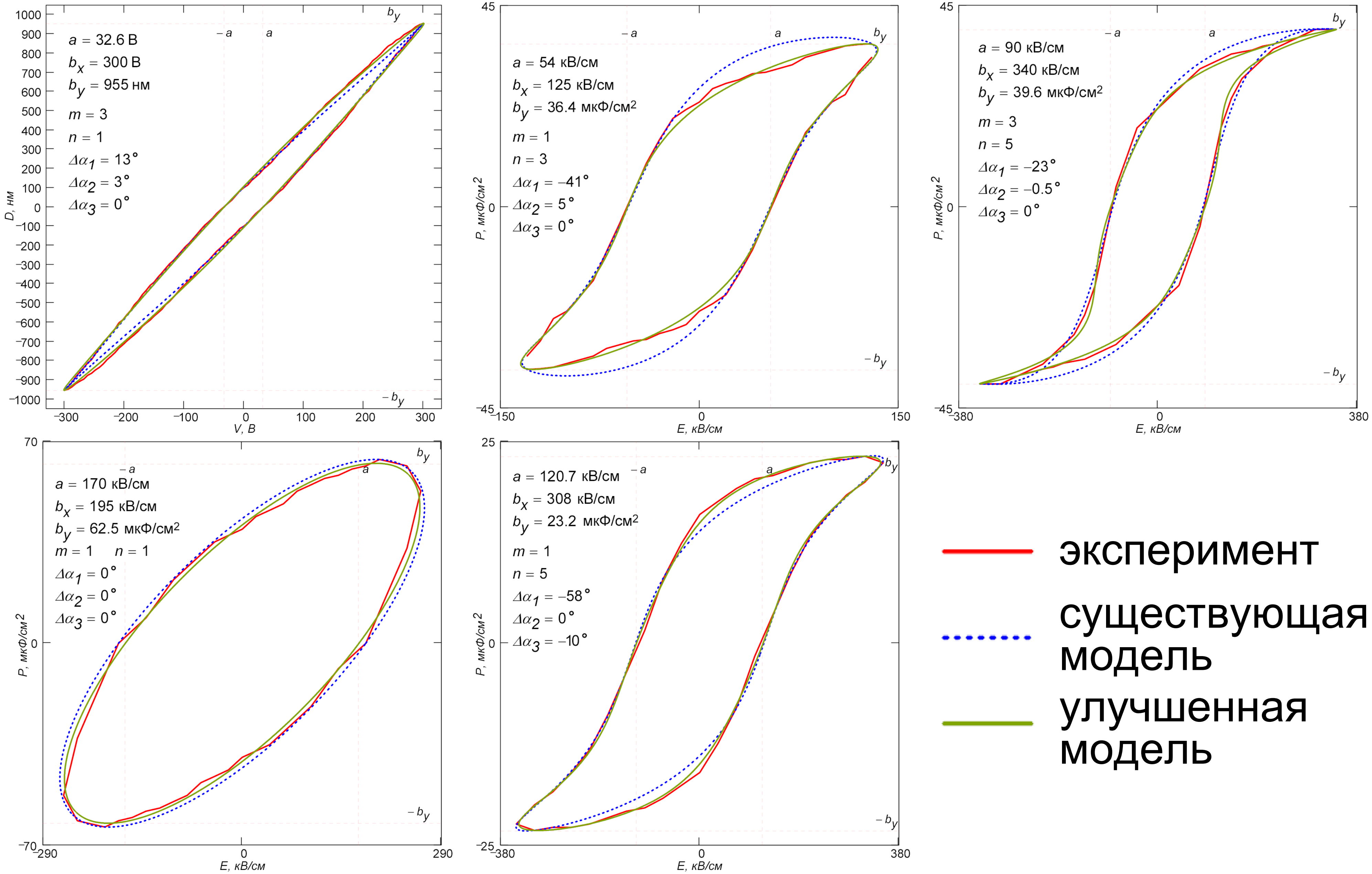
где trp – трапецеидальные импульсы ($\mathrm{trp}_c(\alpha)=\mathrm{trp}_s(\alpha+T/4)$, T – период)







Примеры аппроксимации реальных петель



Области применения

- Линеаризация пьезокерамических сканеров и манипуляторов
- Линеаризация магнитных и магнитострикционных сканеров и манипуляторов
- Имитационное моделирование приборов, включающих в себя звенья с гистерезисом

Литература

1. R. V. Lapshin, Analytical model for the approximation of hysteresis loop and its application to the scanning tunneling microscope, *Review of Scientific Instruments*, vol. 66, no. 9, pp. 4718-4730, 1995 (www.niifp.ru/staff/lapshin/#articles)
2. Дополнительные материалы: Р. В. Лапшин, Петля гистерезиса, Рабочий лист Маткада, 2015 (www.niifp.ru/staff/lapshin/#downloads)
3. S. A. Agafonov, V. A. Matveev, Dynamics of a balanced rotor under the action of an elastic force with a hysteresis characteristic, *Mechanics of Solids*, vol. 47, no. 2, pp. 160-166, 2012

Приложение

Формулы для вычисления скорректированных параметров

$$a^c = \frac{a\cos^n(\Delta\alpha_2 - \Delta\alpha_3) - b_x \sin^n(\Delta\alpha_2 - \Delta\alpha_3)}{\sin^m(\Delta\alpha_1 - \Delta\alpha_3)\sin^n(\Delta\alpha_2 - \Delta\alpha_3) + \cos^m(\Delta\alpha_1 - \Delta\alpha_3)\cos^n(\Delta\alpha_2 - \Delta\alpha_3)},$$

$$b_x^c = \frac{a\sin^m(\Delta\alpha_1 - \Delta\alpha_3) + b_x \cos^m(\Delta\alpha_1 - \Delta\alpha_3)}{\sin^m(\Delta\alpha_1 - \Delta\alpha_3)\sin^n(\Delta\alpha_2 - \Delta\alpha_3) + \cos^m(\Delta\alpha_1 - \Delta\alpha_3)\cos^n(\Delta\alpha_2 - \Delta\alpha_3)}.$$